

## Compiti per le vacanze di aritmetica

Tutti i compiti sono da fare rigorosamente sul quaderno, tranne ove diversamente specificato (ma solo se decidi di stampare queste pagine). Degli esercizi si deve copiare il testo e poi scrivere tutto lo svolgimento (niente calcoli su foglietti volanti o cancellati; di tutto deve rimanere traccia ordinata sul quaderno). Dei problemi si deve copiare il disegno e scrivere con ordine il procedimento seguito.

Se stampi questi fogli, sarà tutto scritto molto piccolo (per risparmiare carta). Se fai fatica, leggili al computer visualizzandoli ingranditi.

Attenzione: in alcuni casi, la moltiplicazione è stata indicata con il simbolo "x", in altri con il puntino.

### Sistema di numerazione decimale

Disponi in **ordine decrescente** i seguenti numeri naturali:

199 --- 8 --- 14000 --- 10 --- 1876 --- 0 --- 500 --- 27 --- 32156 --- 5 --- 89999

Disponi in **ordine crescente** i seguenti numeri decimali:

0,35 --- 0.035 --- 0,04 --- 0,10 --- 0,101 --- 0,111 --- 0,041 --- 0,01 --- 0,11 --- 0,357

Segna con una crocetta quali delle seguenti forme polinomiali sono corrette e **correggi** quelle sbagliate:

- $50234 = 5 \times 1 + 2 \times 100 + 3 \times 1000 + 4 \times 10000$
- $670891 = 1 \times 1 + 9 \times 10 + 8 \times 100 + 7 \times 10000 + 6 \times 100000$
- $123456 = 1 \times 10000000 + 2 \times 100000 + 3 \times 10000 + 4 \times 100 + 5 \times 10 + 6 \times 1$
- $3,445 = 3 \times 1000 + 4 \times 0,1 + 4 \times 0,01 + 5 \times 0,001$
- $98,11 = 9 \times 10 + 8 \times 1 + 1 \times 0,1 + 1 \times 0,01$

### Addizione e sottrazione.

Copia sul quaderno le seguenti tabelle e completale (ove possibile), individuando eventualmente prima di tutto i valori sconosciuti degli insiemi di riferimento e l'operazione richiesta.

+	0	3	6	9
1				
4				
7				
10				

-	0	8	10	15
10				
14				
30				
48				

+	1		17	
	1			
8		17		
			33	
				49

	0	5		15
9	9			
		13		
27			17	
36				21

### Moltiplicazione e divisione.

Leggi attentamente le seguenti domande e scegli, tra quelle proposte, la risposta esatta, segnandola con una crocetta. Se devi fare delle prove o dei calcoli, falli sul quaderno.

Il numero 2000 si ottiene moltiplicando unicamente dei 2 e dei 5. Quanti ne servono?

due 2  
e cinque 5

tre 2  
e tre 5

cinque 2  
e quattro 5

quattro 2  
e tre 5

quattro 2  
e quattro 5

Nella giacca di un gigante vi sono 585 tasche. In ogni tasca vi sono 3 topi, ogni topo è accompagnato da 5 topolini. Quanti sono in totale i topolini nella giacca del gigante?

$(585:3):5$

$(585 \times 3):5$

$(585 \times 5):3$

$585 \times 3 \times 5$

$585 \times (3:5)$

Nicola apre il suo libro e nota: "La somma dei numeri che indicano le due pagine che vedo vale 21". Qual è il loro prodotto?

121

100

420

110

462

Il cane è nove volte più pesante del gatto, il topo è venti volte più leggero del gatto e la rapa è sei volte più pesante del topo! Dunque, il cane è certamente più pesante della rapa, ma quante volte?

- 30       2,7       1080       15       3

Se seicentosei Svizzeri mangiano seicentosei salsicce, seicento le mangiano con la senape e sei senza! Quante salsicce senza senape sarà necessario servire a seicentoseimilaseicentosei Svizzeri?

- 606       1000       6006       606606       600600

Se si moltiplica 1999 per un numero di 1999 cifre, tutte uguali a 1, qual è la somma delle cifre del prodotto così ottenuto?

- 1999       2026       2138       2791       3916

Enrico ha tre sorelle e cinque fratelli. Sua sorella Sabina ha S sorelle e F fratelli. Quanto vale il prodotto di S per F?

- 8       10       12       15       18

Sostituisci ad ogni lettera una cifra in modo che il risultato della moltiplicazione sia esatto:

$$45 \times A3 = 3BCD$$

Quanto vale la somma delle quattro cifre che hai inserito?

- 20       21       17       più di 21       meno di 17

1 - Completa la seguente tabella, inserendo l'elemento neutro e l'elemento assorbente di quelle operazioni che li hanno:

	ADDIZIONE	SOTTRAZIONE	MOLTIPLICAZIONE	DIVISIONE
elemento neutro				
elemento assorbente				

2 - Con una crocetta indica quali proprietà hanno le operazioni:

	ADDIZIONE	SOTTRAZIONE	MOLTIPLICAZIONE	DIVISIONE
proprietà commutativa				
proprietà associativa				
proprietà invariantiva				
proprietà distributiva				

3 - Metti una crocetta accanto alle espressioni che applicano correttamente le proprietà delle operazioni che conosci.

- $1997 - 1994 = (2000 - 1997) - (2000 - 1994)$         $537 - 422 = (537 + 3) - (422 + 3)$   
  $2537 - 2521 = (2537 - 2500) - (2521 - 2500)$         $342 + 58 = (342 - 42) + (58 - 42)$   
  $12 : 6 = 6 : 12$         $12 \times (5 \times 3) = (12 \times 5) \times 3$   
  $12 \times 5 = 5 \times 12$         $120 - 50 = (120 : 10) - (50 : 10)$   
  $8 \times (7 + 6) = (8 \times 7) + (8 \times 6)$         $120 : 60 = (120 : 10) - (60 : 10)$   
  $8 + (7 \times 6) = (8 + 7) \times (8 \times 6)$         $(125 - 75) : 5 = (125 : 5) - (75 : 5)$

### Espressioni con le quattro operazioni.

Dopo aver sottolineato l'operazione che deve essere svolta per prima, risolvi le espressioni:

- a.  $7 + 8 \cdot 2 =$   
b.  $15 : 5 - 13 =$   
c.  $(7 + 2) \cdot 4 =$   
d.  $9 \cdot (7 + 28 : 4) =$   
e.  $12 \cdot [3 + (12 \cdot 5 - 7)] =$   
f.  $(41 - 18 \cdot 2) - 7 \cdot 3 =$

Risolvi le seguenti espressioni:

g.  $12 + 6 \cdot 8 - 20 + 7 \cdot 7 =$

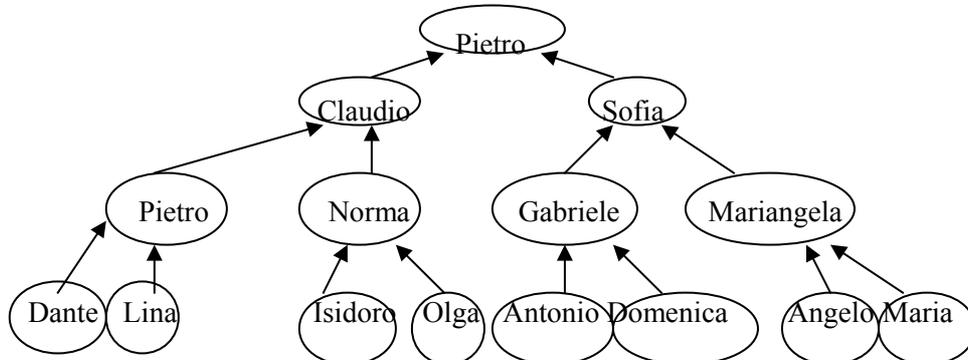
h.  $[(35 - 7) \cdot (9 - 7) - 26] : 2 - 10 =$

i.  $(3 \cdot 8 - 6 \cdot 4) \cdot [27 - 5 \cdot 5 + (7 \cdot 8 - 40) : 4 + 12] =$

j.  $252 : \{45 \cdot 4 - 14 - 5 \cdot [25 + 13 \cdot 2 - 4 \cdot (5 \cdot 8 - 7 \cdot 4) + 110 : 5] - 5\} =$

**Problemi con le potenze**

1 - Questo è l'albero genealogico di Pietro:



Claudio e Sofia sono i genitori (o **progenitori di prima generazione**) di Pietro;  
 Pietro e Norma sono i suoi nonni paterni; Gabriele e Mariangela quelli materni; sono i suoi **progenitori di seconda generazione**;  
 Dante e Lina, Isidoro e Olga, Antonio e Domenica, Angelo e Maria sono i suoi bisnonni, o **progenitori di terza generazione**;  
 i genitori dei bisnonni di Pietro sono i suoi **progenitori di quarta generazione**, e così via.  
 Quanti sono i progenitori di terza generazione di Pietro? Esprimi, se puoi, questo numero con una potenza.  
 Esprimi, se puoi con una potenza, il numero dei progenitori di Pietro di quinta generazione.

2 - Il gioco “lascia o raddoppia” consiste nel rispondere ad una serie di domande sempre più difficili: ad ogni risposta esatta la somma guadagnata viene raddoppiata, mentre alla prima risposta sbagliata si perde tutto e il gioco finisce; naturalmente è possibile fermarsi quando si è soddisfatti della vincita.

Filippo partecipa al gioco, nel quale alla prima risposta esatta il guadagno è di 2 €, alla seconda raddoppia a 4 €, alla terza arriva a 8 € e così via.

Quanto guadagna Filippo se risponde esattamente a 12 domande?

Stabilisci a quante domande ha risposto Filippo se guadagna 128 € . E se guadagna 1024 €?

3 - Lunedì, Roberto non può trattenersi dal confidare un segreto a Carletto, Luisa e Giovanni.

Martedì, ciascuno dei tre amici di Roberto confida il suo segreto a tre diversi compagni di scuola.

Mercoledì, ciascuno di questi ultimi confida il segreto a tre nuovi ragazzi... e così via per ogni giorno della settimana.

Quanti ragazzi conosceranno il segreto la domenica sera?

Scrivi un'espressione con le potenze che rappresenti il valore trovato.

**Proprietà delle potenze**

Scrivi le formule che corrispondono alle seguenti proprietà:

prodotto di potenze con la stessa base	
quoziente di potenze con la stessa base	
potenza di potenza	
prodotto di potenze con lo stesso esponente	

quoziente di potenze con lo stesso esponente	
---	--

**Espressioni con le potenze (esercizio guidato da completare su questo foglio).**

$$5 \times (3^3 - 3^2) : 3^2 + [5 \times 2^8 : 2^7 + (5^3 - 5^2) : 50] \times 3 - 46 =$$

$$= 5 \times (\dots - \dots) : 3^2 + [5 \times 2^{(\dots)} + (\dots - \dots) : 50] \times 3 - 46 =$$

$$= 5 \times \dots : 3^2 + [5 \times 2^{\dots} + \dots : 50] \times 3 - 46 =$$

$$= \dots : 3^2 + [5 \times \dots + \dots] \times 3 - 46 =$$

$$= \dots : \dots + [\dots + \dots] \times 3 - 46 =$$

$$= \dots + \dots \times 3 - 46 =$$

$$= \dots + \dots - 46 =$$

$$= \dots - 46 =$$

$$= \dots$$

$$\{(2^6 + 2) - [2^5 : 2^4 + 2 \times (2^2 \times 5 - 8) - 13] \times (3^2 - 2^2)\} \times 8 - 2 =$$

$$= \{(\dots + 2) - [2^{(\dots)} + 2 \times (\dots \times 5 - 8) - 13] \times (\dots - \dots)\} \times 8 - 2 =$$

$$= \{\dots - [2^{\dots} + 2 \times (\dots - 8) - 13] \times \dots\} \times 8 - 2 =$$

$$= \{\dots - [\dots + 2 \times \dots - 13] \times \dots\} \times 8 - 2 =$$

$$= \{\dots - [\dots + \dots - 13] \times \dots\} \times 8 - 2 =$$

$$= \{\dots - [\dots - 13] \times \dots\} \times 8 - 2 =$$

$$= \{\dots - \dots \times \dots\} \times 8 - 2 =$$

$$= \{\dots - \dots\} \times 8 - 2 =$$

$$= \dots \times 8 - 2 =$$

$$= \dots - 2 =$$

$$= \dots$$

$$\{2^3 \times [5^5 \times 5^4 : 5^7 + (2^2 \times 5^2 - 91) \times (2^2 - 1)] : (5^2 + 1) - 6\} : 2 + 3 =$$

$$= \{2^3 \times [5^{(\dots)} : 5^7 + ((\dots \times \dots)^2 - 91) \times (\dots - 1)] : (\dots + 1) - 6\} : 2 + 3 =$$

$$= \{2^3 \times [5^{\dots} : 5^7 + (\dots^2 - 91) \times \dots] : \dots - 6\} : 2 + 3 =$$

$$= \{2^3 \times [5^{(\dots)} + (\dots - 91) \times \dots] : \dots - 6\} : 2 + 3 =$$

$$= \{2^3 \times [5^{\dots} + \dots \times \dots] : \dots - 6\} : 2 + 3 =$$

$$= \{\dots \times [\dots + \dots] : \dots - 6\} : 2 + 3 =$$

$$= \{\dots \times \dots : \dots - 6\} : 2 + 3 =$$

$$= \{\dots : \dots - 6\} : 2 + 3 =$$

$$= \{\dots - 6\} : 2 + 3 =$$

$$= \dots : 2 + 3 =$$

$$= \dots + 3 = \dots$$

**Espressioni con le potenze**

$$(5^1 + 15^3 : 5^3 \cdot 3 - 81^0 - 10^0 - 3^2) : [7^2 - 5^2 + (24 : 8)^0]$$

$$10^3 - \left\{ [(3^{10} : 3^6 \cdot 2^4) : (2^3 \cdot 3^3) \cdot (1 + 2 \cdot 3)] : [(3^4)^3 : (3^2)^6] \right\} \cdot 17$$

$$\left\{ 2^2 \cdot 3^4 - 3^2 \cdot 5^2 : \left[ 2^2 \cdot 3 \cdot 7 - (4 + 6^3 : 6^2) - 7 \cdot 2^3 - 3 \right] : (3 \cdot 2^4 + 55^2 : 11^2 : 5^2 \cdot 55) \right.$$

$$\left. \left\{ 11^2 + 10 - 3 \cdot 2^2 \cdot 5 + (2^3)^2 : 2^5 - 7^2 \right\} \cdot 5 - (3^2 \cdot 26 - 17 \cdot 2^2 \cdot 3) \cdot 3 : 6 \right.$$

$$\left. \left[ (2^6 - 2^5 - 2^4 - 2^3) : 2^2 + 1 \right] \cdot 2 + 6 \right.$$

$$\left. \left\{ (3^2 \cdot 3^3 : 3^4 + 3 \cdot 2^2) : 5 + 5 \right\} : 2 + 4^3 : 4^3 \right\} \cdot (24^3 : 12^3)$$

$$(3 \cdot 2^4 + 55^2 : 11^2 : 5^2 \cdot 55)$$

### Multipli e divisori

Elenca i numeri che fanno parte dei seguenti insiemi, come nell'esempio:

$$D(15) = \{1; 3; 5; 15\}$$

$$D(18) =$$

$$D(20) =$$

$$D(31) =$$

$$D(33) =$$

$$D(42) =$$

$$D(56) =$$

$$D(121) =$$

$$M(4) = \{0; 4; 8; 12; 16; 20; 24; 28; 32; 36; \dots\} =$$

$$M(6) =$$

$$M(7) =$$

$$M(9) =$$

$$M(10) =$$

$$M(14) =$$

$$M(21) =$$

### Esercizi sui numeri primi.

1 - Inserisci in modo opportuno al posto dei puntini la parola "multiplo" oppure la parola "divisore" (copia la tabella completa sul quaderno).

Poiché  $12 \times 5 = 60$ , allora

5 è ..... di 60.  
 60 è ..... di 12.  
 12 è ..... di 60  
 60 è ..... di 5.

2 - Rispondi alle seguenti domande (copiale e rispondi sul quaderno).

C'è un solo numero che è multiplo e divisore di 18: qual è?

C'è un solo numero che è multiplo e divisore di 100: qual è?

3 - Leggi con attenzione la situazione proposta, la domanda e le possibili risposte. Poi scegli la risposta che ti sembra corretta tra quelle proposte e indicala con una crocetta.

Antonio dice: "39 è un numero primo, perché è dispari".

Pietro dice: "39 è un numero primo, perché è divisibile solamente per se stesso e per 1".

Luigi dice: "39 non è un numero primo perché, oltre che per 39 e 1, è divisibile anche per 3 e per 13".

Chi ha ragione?

Antonio

Pietro

Luigi

nessuno dei tre

Qual è l'unico numero pari primo?

non esiste

2

10

11

4 - Sul quaderno scrivi un numero che sia multiplo sia di 12 ed anche di 10. Poi rispondi in forma completa alle seguenti domande:

Il numero che hai trovato ha 12 tra i suoi divisori?

Il numero che hai trovato ha 10 tra i suoi divisori?

5 - Leggi con attenzione le seguenti affermazioni e stabilisci quali sono vere e quali false. Indica la tua risposta con una crocetta.

Esiste un numero che non è multiplo di se stesso.

vero  falso

Esiste un numero che non è divisore di se stesso.

vero  falso

Esiste un numero che non è divisibile per 1.	<input type="checkbox"/> vero	<input type="checkbox"/> falso
Tutti i numeri dispari sono primi.	<input type="checkbox"/> vero	<input type="checkbox"/> falso
Tutti i numeri pari sono composti (cioè non sono primi).	<input type="checkbox"/> vero	<input type="checkbox"/> falso
Il numero 1 è divisore di tutti i numeri.	<input type="checkbox"/> vero	<input type="checkbox"/> falso
La somma di due numeri uguali può essere un numero primo.	<input type="checkbox"/> vero	<input type="checkbox"/> falso
La somma di due numeri primi (maggiori di 2) può essere un numero primo.	<input type="checkbox"/> vero	<input type="checkbox"/> falso
La differenza di due numeri primi (maggiori di 2) può essere un numero primo.	<input type="checkbox"/> vero	<input type="checkbox"/> falso
Il prodotto di due numeri primi può essere un numero primo.	<input type="checkbox"/> vero	<input type="checkbox"/> falso
Se $x$ è un numero naturale multiplo di 10, anche $x^2$ è un numero naturale multiplo di 10	<input type="checkbox"/> vero	<input type="checkbox"/> falso
Se $x$ è un numero naturale multiplo di 10, anche il doppio di $x$ è un numero naturale multiplo di 10.	<input type="checkbox"/> vero	<input type="checkbox"/> falso
Se $x$ è un numero naturale multiplo di 10, anche la metà di $x$ è un numero naturale multiplo di 10.	<input type="checkbox"/> vero	<input type="checkbox"/> falso

6 - 20 è un divisore di 100. Questo è certamente vero. Tra le seguenti, quale altra affermazione è vera e quale falsa? Indica le tue risposte con una crocetta.

Tutti i divisori di 20 sono anche divisori di 100.	<input type="checkbox"/> vero	<input type="checkbox"/> falso
Tutti i divisori di 100 sono anche divisori di 20.	<input type="checkbox"/> vero	<input type="checkbox"/> falso

7 - 15 è un multiplo di 5. Questo è certamente vero. Tra le seguenti, quale altra affermazione è vera e quale falsa? Indica le tue risposte con una crocetta.

Tutti i multipli di 5 sono anche multipli di 15.	<input type="checkbox"/> vero	<input type="checkbox"/> falso
Tutti i multipli di 15 sono anche multipli di 5.	<input type="checkbox"/> vero	<input type="checkbox"/> falso

8 - Rispondi alle seguenti domande in forma completa, sul quaderno.

Qual è il più piccolo numero naturale composto, cioè non primo?

Qual è il più piccolo numero di due cifre divisibile per 3?

Qual è il più grande numero di due cifre divisibile per 3?

Qual è il più piccolo numero di tre cifre divisibile per 4?

Qual è il più grande numero di due cifre divisibile per 4?

Qual è il più piccolo numero di tre cifre divisibile per 9?

Qual è il più grande numero di tre cifre divisibile per 9?

Qual è il più piccolo numero di quattro cifre divisibile per 25?

Qual è il più grande numero di tre cifre divisibile per 25?

9 - Esegui la scomposizione in fattori primi dei seguenti numeri.

72

$3 \cdot 120$

$35 \cdot 490$

58

528

$49 \cdot 288$

$2 \cdot 016$

112

10 - Utilizzando la scomposizione in fattori, stabilisci per ciascuna delle coppie seguenti, se il primo numero è divisibile per il secondo; se la risposta è "sì", trova il quoziente dei due numeri applicando la proprietà delle potenze.

180 e 15

390 e 40

216 e 18

720 e 234

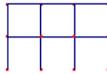
### Problemi sui numeri primi

1 - Qual è il più piccolo numero composto maggiore di 20, non divisibile per i numeri primi minori di 20?

2 - Calcola  $7^2 \cdot 8^{14} \cdot 25^{21}$  (la risposta deve essere data come potenza)

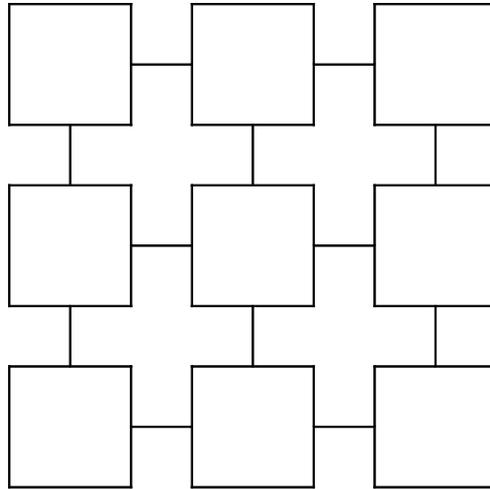
3 - Hai a disposizione 45 quadratini, tutti uguali tra loro. Accostando questi quadratini (usandoli ogni volta tutti) quanti rettangoli di forma diversa puoi costruire?

(Ad esempio: con 6 quadratini si possono costruire due rettangoli di forma diversa come quelli nella figura qui sotto).



4 - Trova il più piccolo numero che diviso per 2, 3, 4 e 5 dia sempre resto 1.

5 - Metti nelle caselle i numeri 1; 2; 5; 8; 9; 16; 18; 40; 45 in modo che il prodotto di tre numeri allineati sia sempre lo stesso.



#### Attività sui numeri primi n° 1: il crivello di Eratostene

Alla fine di questo fascicolo trovi due pagine da incollare una all'altra per formare un grande quadrato contenente i numeri da 1 a 900. Questa volta, devi proprio stamparle. Cancellando prima i multipli di 2 (escluso il 2!), poi tutti i multipli di 3 (escluso il 3, mi raccomando!), poi tutti i multipli di 5 (escluso il 5) e così via, costruisci il crivello di Eratostene. Ti rimarranno in chiaro tutti i numeri primi minori di 900.

Se vuoi saperne di più su Eratostene o se ti sembra di aver bisogno di maggiori indicazioni su come preparare il crivello (e anche sul significato di questa strana parola) leggi questo documento:

<http://win.sofiasabatti.it/storia/eratostene.pdf>

#### Attività sui numeri primi n° 2: numeri primi consecutivi

La somma di due numeri primi

è sempre un numero primo

è sempre un numero composto

è a volte un numero primo altre volte un numero composto.

Prendiamo due numeri primi consecutivi (cioè due numeri che siano primi e tra i quali non esistano altri primi), entrambi diversi da 2; la loro somma è sicuramente un numero composto, per quanto abbiamo detto prima, ma... può essere il prodotto di due soli numeri primi o per forza deve essere ulteriormente scomponibile?

#### Attività sui numeri primi n° 3: Coppie di numeri primi gemelli

Una coppia di numeri primi gemelli è una coppia di due numeri che siano entrambi primi e la cui differenza sia uguale a due (devono quindi essere due numeri dispari consecutivi). Sapresti fare degli esempi?

La coppia di numeri primi gemelli più grandi che si conoscano è formata dai seguenti numeri (non possiamo scriverli per esteso, perché hanno ciascuno 32220 cifre...!):

$$318032361 \cdot 2^{107001} - 1 \quad \text{e} \quad 318032361 \cdot 2^{107001} + 1.$$

Si pensa che esistano infinite coppie di numeri primi gemelli, ma fin ora nessuno è riuscito a dimostrarlo.

#### Attività sui numeri primi n° 4: Terne di numeri primi gemelli

Una terna di numeri primi gemelli è una terna di tre numeri che siano tutti primi e che possano costituire due coppie di numeri primi gemelli (devono quindi essere tre numeri dispari consecutivi).

Sapresti fare degli esempi?

Sapresti dire con certezza, giustificando la tua risposta, quante terne di questo tipo esistono?

#### Esiste il più grande numero primo?

Esiste un numero primo più grande di tutti gli altri? In altre parole: i numeri primi finiscono ad un certo punto o ce ne sono infiniti? A prima vista rispondere a questa domanda non è poi così facile. Una cosa che si può fare è cercare di

capire se i numeri primi si continuano a ripetere ad intervalli regolari. Guarda sul tuo crivello di Eratostene e rispondi (su questo foglio) alle seguenti domande:

- quanti numeri primi ci sono più piccoli di 10? \_\_\_\_\_
- quanti numeri primi ci sono compresi tra 10 e 20? \_\_\_\_\_
- quanti numeri primi ci sono compresi tra 20 e 30? \_\_\_\_\_
- quanti numeri primi ci sono compresi tra 30 e 40? \_\_\_\_\_
- quanti numeri primi ci sono compresi tra 40 e 50? \_\_\_\_\_
- quanti numeri primi ci sono compresi tra 50 e 60? \_\_\_\_\_
- quanti numeri primi ci sono compresi tra 60 e 70? \_\_\_\_\_
- quanti numeri primi ci sono compresi tra 70 e 80? \_\_\_\_\_
- quanti numeri primi ci sono compresi tra 80 e 90? \_\_\_\_\_
- quanti numeri primi ci sono compresi tra 90 e 100? \_\_\_\_\_
- quanti numeri primi ci sono in tutto più piccoli di 100? \_\_\_\_\_
- quanti numeri primi ci sono compresi tra 100 e 200? \_\_\_\_\_
- quanti numeri primi ci sono compresi tra 200 e 300? \_\_\_\_\_
- quanti numeri primi ci sono compresi tra 300 e 400? \_\_\_\_\_
- quanti numeri primi ci sono compresi tra 400 e 500? \_\_\_\_\_
- quanti numeri primi ci sono compresi tra 500 e 600? \_\_\_\_\_
- quanti numeri primi ci sono compresi tra 600 e 700? \_\_\_\_\_
- quanti numeri primi ci sono compresi tra 700 e 800? \_\_\_\_\_
- quanti numeri primi ci sono compresi tra 800 e 900? \_\_\_\_\_

Direi che a guardare il crivello di Eratostene, ci si accorge che i numeri primi diventano sempre più "radi", insomma che non si ripetono ad intervalli regolari. Ma... chi ci assicura che ad un certo punto diventano così radi da non essercene più? C'è una dimostrazione che si può dare del fatto che i numeri primi sono infiniti (ossia che non esiste un numero primo più grande di tutti gli altri perché se ne può sempre trovare un altro) che non è troppo difficile. Non è nemmeno un gioco da ragazzini, però, quindi... attenzione!

Facciamo finta, per il momento, di esserci convinti davvero del fatto che i numeri primi sono finiti. Il più piccolo sarà 2, poi c'è il 3, poi c'è il 5, 7, 11 e così via. Possiamo dare a questi numeri primi dei nomi simbolici, come

$$p_1 = 2; \quad p_2 = 3; \quad p_3 = 5; \quad p_4 = 7; \quad p_5 = 11; \quad p_6 = 13; \quad p_7 = 17; \dots$$

Se davvero ci siamo convinti che esiste un numero primo che pone fine alla lista, chiamiamolo  $p_f$  (non sappiamo quanto vale, ma sappiamo che è l'ultimo numero primo, secondo la nostra supposizione).

Bene. Proviamo ad immaginare di moltiplicare tra loro tutti questi numeri primi della lista e, alla fine, aggiungere una unità. Che tipo di numero otteniamo?

$$n = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_f + 1$$

Innanzitutto questo è un numero più grande di tutti i numeri primi che comparivano nel nostro elenco (quindi anche più grande di quello che pensavamo essere il più grande di tutti i numeri primi).

Inoltre... è sicuramente primo. Infatti, per qualsiasi numero appartenente alla lista dei numeri primi lo si divida, si ottiene come resto 1. Quindi ammette come divisori soltanto sé stesso e l'unità, cioè è primo.

Allora, supposto che vi fossero soltanto un numero finito di primi ne abbiamo costruito un altro, fuori dalla lista originale e quindi abbiamo negato quello che credevamo vero.

In conclusione... non esiste un numero primo più grande di tutti gli altri; in altre parole, i numeri primi sono infiniti.

compiti delle vacanze di matematica – classe I B – anno scolastico 2009 - 2010

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	169	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210
211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270
271	272	273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300
301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325	326	327	328	329	330
331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	444	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360
361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380	381	382	383	384	3385	386	387	388	389	390
391	392	393	394	395	396	397	398	399	400	401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420
421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448	449	450
451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480
481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500	501	502	503	504	505	506	507	508	509	510
511	512	513	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523	524	525	526	527	528	529	530	531	532	533	534	535	536	537	538	539	540

compiti delle vacanze di matematica – classe I B – anno scolastico 2009 - 2010

541	542	543	544	545	546	547	548	549	550	551	552	553	554	555	556	557	558	559	560	561	562	563	564	565	566	567	568	569	570
571	572	573	574	575	576	577	578	579	580	581	582	583	584	585	586	587	588	589	590	591	592	593	594	595	596	597	598	599	600
601	602	603	604	605	606	607	608	609	610	611	612	613	614	615	616	617	618	619	620	621	622	623	624	625	626	627	628	629	630
631	632	633	634	635	636	637	638	639	640	641	642	643	644	645	646	647	648	649	650	651	652	653	654	655	656	657	658	659	660
661	662	663	664	665	666	667	668	669	670	671	672	673	674	675	676	677	678	679	680	681	682	683	684	685	686	687	688	689	690
691	692	693	694	695	696	697	698	699	700	701	702	703	704	705	706	707	708	709	710	711	712	713	714	715	716	717	718	719	720
721	722	723	724	725	726	727	728	729	730	731	732	733	734	735	736	737	738	739	740	741	742	743	744	745	746	747	748	749	750
751	752	753	754	755	756	757	758	759	760	761	762	763	764	765	766	767	768	769	770	771	772	773	774	775	776	777	778	779	780
781	782	783	784	785	786	787	788	789	790	791	792	793	794	795	796	797	798	799	800	801	802	803	804	805	806	807	808	809	810
811	812	813	814	815	816	817	818	819	820	821	822	823	824	825	826	827	828	829	830	831	832	833	834	835	836	837	838	839	840
841	842	843	844	845	846	847	848	849	850	851	852	853	854	855	856	857	858	859	860	861	862	863	864	865	866	867	868	869	870
871	872	873	874	875	876	877	878	879	880	881	882	883	884	885	886	887	888	889	890	891	892	893	894	895	896	897	898	899	900